



دخترچه سوارات مرحله دوم

ششمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۳

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سوالات	
	مسأله‌های تشریحی	سوالات چند گزینه‌ای
۲۱۰	۳	-


استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.


توضیحات مهم

تذکرات آزمون:


ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سوالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل ۳ مسأله‌ی تشریحی و وقت آن ۲۱۰ دقیقه است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون غیر مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سوالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- انتشار و بازتولید این سوالات توسط **کمیته‌ی اجرایی ماخ** انجام شده است.

۱-  در یک مهمانی n نفر حضور دارند. هر یک از این افراد با k نفر از بقیه می‌دهد (یک عدد ثابت بین ۱ و $n-1$ است). می‌دانیم که لاکل $1 + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ نفر وجود دارند که دوبه‌دو با هم دست داده‌اند. ثابت کنید که در این مهمانی هر دو نفری با هم دست داده‌اند. (۱۰ نمره)

۲-  دو نفر با هم یک بازی را به این صورت انجام می‌دهند:

دو نفر به طور متناوب ارقام یک عدد $2k$ رقمی را روی کاغذ می‌نویسند، بدین معنی که ابتدا نفر اول رقم اول، سپس نفر دوم رقم دوم، سپس نفر اول رقم سوم، ... و در k امین دور بازی نفر اول رقم $2k-1$ ام و نفر دوم رقم $2k$ ام این عدد را می‌نویسند. هر یک از این افراد در نوبت خود تنها می‌توانند یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، و یا ۵ را بنویسند. در صورتی که عدد $2k$ رقمی حاصل بر ۹ بخش‌پذیر باشد، نفر دوم، و در غیر این صورت نفر اول برنده این بازی است. برای چه مقادیری از k نفر اول می‌تواند طوری بازی کند که در این بازی برنده شود؟ ادعای خود را ثابت کنید. (۱۰ نمره)

۳-  سه میله با شماره‌های ۱، ۲، و ۳ و n مهره‌ی سوراخ‌دار با شماره‌های ۱ تا n داریم. مهره‌های زوج قرمز و مهره‌های فرد آبی هستند. هر مهره فقط می‌تواند روی مهره‌ی بزرگتر و غیر هم‌رنگ با خود قرار بگیرد. همچنین بزرگترین مهره‌ی میله‌ی شماره‌ی ۱ و ۲ باید آبی و بزرگترین مهره‌ی میله‌ی شماره‌ی ۳ باید قرمز باشد. با این قواعد به چند طریق می‌توان این مهره‌ها را روی میله‌ها قرار داد؟ ادعای خود را ثابت کنید. (۱۰ نمره)